**פתרונות נבחרים**

**- דף תרגיל 2 -**

1.

* 1. המשפט שקרי, למשל 6 מפריך אותו.
  2. אמת.
  3. שקר, יש ריבועים שספרת האחדות שלהם היא 1 ויש כאלו שלא.
  4. שקר, למעשה אין אף ריבוע שספרת האחדות שלו היא 2.
  5. זה משפט מסוג שקר גורר משהו, לכן הוא אמת.
  6. כנ"ל, אמת.

3. סעיף ב' הוא נכון, כלומר:  כי השלילה של גרירה היא מצב בו התנאי מתקיים, אך לא המסקנה. לכן סעיף א' בהכרח לא נכון, אחרת נסיק מנכונות שניהם כי , ופסוק אינו שקול לשלילה של עצמו אף פעם!

4. א. לפי אקסיומה א', 0+0=0, נציב זאת ונפתח לפי חוק הפילוג שבאקסיומה ו': 

לפי חוק הצמצום של חיבור שבאקסיומה ז', מותר "לחסר"  משני האגפים ולקבל .

ב. נתחיל מהפסוק הנתון . לפי אקסיומה ב',  לכן נסיק . כאן, יש להשתמש בחילופיות הכפל (אקסיומה שהושמטה בגרסה הראשונה – וכעת מופיעה כאקסיומה ט'), ולהסיק ש-. כעת נשתמש באקס' ח': אם  לא ניתן להשתמש בה, זה מקרה אחד. אחרת, מלאנו את התנאים שלה ולכן המסקנה שלה נכונה ("צמצום" ה- b): . סה"כ, או  כנדרש.

ד. נתחיל מהפסוק 1+1=1. נכפול את שני האגפים במספר כלשהו שנסמנו ב- , ושוב נפתח לפי חוק הפילוג (אקס' ו'): . שוב נצמצם לפי אקסיומה ז' ונקבל . אבל לפי אקסיומה ב',  ולכן נקבל . שימו לב: זו דוגמה לכך ששקר גורר כל דבר! מהפסוק השקרי 1=1+1 הגענו לשקר אחר (למעשה ניתן להגיע לכל שקר שתרצו).

5. הטעות היא בצמצום בביטוי , שכביכול משתמש באקסיומה ח'. אך תנאי באקסיומה זו היא כי מה שמצמצמים בו שונה מאפס, אך כאן בטוח ש-  (מזה יצאנו).

**- דף תרגיל 3 -**

**הסתייגות:** בכל דף זה הפתרון מקוצר, ללא ההצרנה הפורמלית. אכתוב רק אם הפסוק נכון, והסבר קצר איך להוכיח או להפריך. כתבו בעצמכם הצרנה והוכחה פורמלית!

1.

1. שקר: למשל, עבור  אין אף x כנדרש.
2. שקר: הפעם נבחר , אין אף  כנדרש.
3. שקר: השלילה היא – לכל מספר ממשי , קיים מספר ממשי  כך ש- . הוכחתה: יהי  ממשי. נבחר , ואז מתקיים  כנדרש.
4. שקר: עבור  דווקא יש  כך ש- .
5. אמת

2.

א.  פסוק אמת – אפשר להוכיח לפי מקרים.

ב. שקר, כי שני חלקי הפסוק הם שקר (לתת דוגמה נגדית בנפרד).

ג. אמת, כי החלק  אמת.

ד. אמת, יהי  טבעי. נבחר 

ה. שקר, השלילה: לכל  טבעי קיים  טבעי כך ש- . נכון, בחרו  או .

3.

א. אמת, נבחר . לכל  טבעי מתקיים . כיוון שזו טענת "או", הוכחנו את נכונותה.

ב. אמת: יהיו . נבחר . אז  וכן  כנדרש.

ג. הטענה אומרת, שיש מספר x כך שלכל מספר y קיים מספר z שהוא בינהם: . זה לא נכון, כי בפרט נובע שיש מספר x כך שלכל מספר y מתקיים  (ראה תרגיל 2ה' בדף זה).

ד. שקר: נוכיח את השלילה (כתבו אותה).

נבחר . יהי  כלשהו. נבחר  (שימו לב- מותר שהבחירה של z תהיה תלויה ב-y). כעת מתקיים , כנדרש.

4. להלן הצרנות.

אקסיומות יסוד:

אקסיומות סדר

חיבור וכפל

1. 
2. ,

חיסור