

- 1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:
- $x^{30254} + 8x + x^{100100100} - 23456787465168746515615646545645614564$
 - $\sqrt{x-2} + 4x$
 - $(x+1)^{-1} + 4x$
 - $\ln(x+4) + \ln(x+1)$
 - $e^{x^4-2x} \cdot (x^2 - \frac{4}{x})$

2) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

- $e^{\ln(x)}$
- $\sqrt{\ln(x-8) - \ln(1-x)}$
- $\frac{45}{\sqrt{4-x}} - \frac{4}{\sqrt{16-10x+x^2}}$
- $e^{-8x} + 5\sqrt{\ln(x^2-13x-30)}$

3) משוואות מעריכיות. פתרו את המשוואות הבאות:

- $8^{x-2} = (\frac{1}{4})^{4x+1}$
- $2^{x+4} + 2^{x+2} = 80$
- $10^x + 5^{x+1} \cdot 2^x = 600$
- $\frac{5}{36^{\frac{1}{x-1}}} + \frac{6}{6^{\frac{1}{x+1}}} = 1$
- $9 \cdot 4^x - 12 \cdot 6^x = -4 \cdot 9^x$

4) אי שוויונות מעריכיים. פתרו את אי השוויונות הבאים (עבור מספרים ממשיים):

- $2^x < 8^{\frac{x}{3}}$
- $(\frac{1}{2})^{2x^2} - (\frac{1}{4})^{10x-16} > 0$
- $2^{x^3} \cdot (\frac{1}{8})^{x^2} > 4^{-x}$
- $2^{2x} + 8 < 2^{x+2} + 2^{x+1}$
- $(\frac{x-1}{4-x})^{x+4} > (\frac{x-1}{4-x})^{6-4x}$

5) משוואות של לוגריתמים. פתרו את המשוואות הבאות:

- $\log_2(x) = 4$
- $\log_3(27x) = \log_3(3x+4) + 4$
- $\log_2(x) + \log_3(x) = 3$
- $\log_4(x^2) - 1 = \log_2(x+5)$
- $\log_x(x) + \log_x(x-8) = 2$
- $\log_{\frac{1}{3}}(x^{\frac{3}{2}}) - \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{3}}(x) = -3$

6) אי שוויונות של לוגריתמים. פתרו את אי השוויונות הבאים (עבור מספרים ממשיים):

א. $\log_4(5x) < \log_4(x+8)$

ב. $\log_2(x) + 14 > \log_8(2-x)$

ג. $\ln(x) > \ln(2x+32)$

ד. $\log_{\frac{1}{2}}(9 \cdot 2^x - 19 - 4^x) < 0$

ה. $\log_2(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$

ו. $\log_{0.2}(\sqrt{x}) > \log_5(x)$

7) אי שוויונות. פתרו את אי השוויונות הבאים (עבור מספרים ממשיים):

א. $|3x-1| > |x+3|$

ב. $x^2 - 8x \geq 0$

ג. $\sqrt{x-4} + \sqrt{2x-3} \leq \sqrt{7-x}$

ד. $x^2 - |2x-9| \leq 8$

8) אי שוויונות. פתרו את אי השוויונות הבאים (עבור מספרים ממשיים):

א. $|x^2 - 4x - 5| \leq 2x^2$

ב. $x \cdot (x^2 + 10x + 5) \leq 2x^2 + x + 48$

ג. $5x + 10 < \sqrt{x} + x + 6$

ד. $12x^2 - 24x + 46 < 2x^3 + 30 \leq 3x^3 + 7x^2 - 5x - 45$

9) פתרו את מערכות אי השוויונות הבאים:

א. $x + 4 < \frac{12}{x}$ or $\frac{x-2}{x+2} > 2$

ב. $x - 8\sqrt{x} < 4$ and $2x + 8 > x^2$

ג. $3^{x+4} < 9^{x^2+6} \leq 3^{5x^2+10}$

ד. $\log_2(x-1) < 2 + \log_2(2x) < \log_2(x^2-x)$

ה. $\{\sqrt{10x-20} > \sqrt{4x^2-30x+80} \text{ or } \frac{5x^2+26x+25}{x^2-36} - 4 < 0\}$ and $\{-4x^{-2} + 1 > 0 \geq -x^2 + 5x + 6\}$

10) א. רשמו ברדיאנים את הזוויות הבאות:

$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 270^\circ, 900^\circ, -75^\circ, 360^\circ, -180^\circ$

ב. רשמו במעלות את הזוויות הבאות:

$\frac{\pi}{4}, 3\pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{3}$

ג. חשבו ללא מחשבון:

$\tan(150^\circ), \sin(240^\circ), \cot(\frac{-5\pi}{4}), \cos(\frac{5\pi}{3})$

ד. הביעו באמצעות זוויות חדות:

$$\sin(320^\circ), \cos(246^\circ), \tan(202^\circ), \cot(1.5\pi)$$

11) חשבו ללא מחשבון:

א.

$$\sin(135^\circ) \cdot \cos(120^\circ) + \sin(60^\circ) \cdot \cos(45^\circ)$$

ב.

$$\sin^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cot^2\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)\tan^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

ג.

$$\frac{1}{\tan(150^\circ)} + \frac{\sin(240^\circ)}{1+\cos(30^\circ)}$$

ד. נתון: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $\tan(\alpha) = \frac{2}{5}$. חשבי ללא מחשבון את שאר הפונקציות הטריגונומטריות)

$$(\sin(\alpha), \cos(\alpha), \cot(\alpha))$$

ה. ד. נתון: $270^\circ < \alpha < 360^\circ$, $\cos(\alpha) = \frac{4}{7}$. חשבי ללא מחשבון את שאר הפונקציות הטריגונומטריות)

$$(\sin(\alpha), \cos(\alpha), \cot(\alpha))$$

12) פתרו את המשוואות הבאות:

$$א. \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin(2x)$$

$$ב. \cos(x + 45^\circ) = \cos(3x - 30^\circ)$$

$$ג. \cos^2(x) = 1 - \sin(x)$$

$$ד. 6\sin^3(x) = 3\sin(x)$$

13) סדרות.

א. בסדרה חשבונית נתון: $S_{11} = 385$, $a_4 = 5 \cdot d$. (כאשר S_n מסמן סכום n איברים ראשונים בסדרה).

מצאי את האיבר הראשון ואת ההפרש וחשבי את S_{24} .

ב. בסדרה הנדסית נתון: $S_8 = 16400$, $S_6 = 28 \cdot S_3$. (כאשר S_n מסמן סכום n איברים ראשונים בסדרה).

מצאי את האיבר הראשון ואת המנה וחשבי את S_{12} .

ג. סכום של 12 האיברים הראשונים בסדרה חשבונית הוא 210. האיבר ה-3, ה-10, וה-38 של הסדרה

החשבונית הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית. מצא את האיבר הראשון ואת ההפרש וחשבי את S_{52} .

14) א. הוכח באינדוקציה, כי עבור כל n טבעי, מתקיים:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{4n}{2^{4n}} = 2 - \frac{2n+1}{2^{4n-1}}$$

ב. חשב את הסכום:

$$\frac{13}{2^{13}} + \frac{14}{2^{14}} + \dots + \frac{32}{2^{32}}$$

15) א. הוכח באינדוקציה כי עבור כל n טבעי, מתקיים:

$$3^{2n} < 2^{2n}(2^{2n} - 1)$$

ב. הוכח באינדוקציה כי עבור כל n טבעי, מתקיים:

$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{2n-1} = 2^{2n} - 1$$

ג. הוכח, על סמך הסעיפים הקודמים, כי עבור כל n טבעי, מתקיים:

$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{2n-1} > \left(\frac{3}{2}\right)^{2n}$$

16) גזרו את הפונקציות הבאות:

א. $(x^2 + 3)^2$.

ב. $\frac{4x+5}{3-2x}$.

ג. $x^2 \cdot \tan(x)$.

ד. $\cot^2(x)$.

ה. 3^{5x+3} .

17) מצא את הנגזרת הראשונה והשנייה של הפונקציות הבאות:

א. $x^4 + 5x^2 - x + 8$.

ב. $\frac{1}{2}x^{-1} + \frac{x}{x^2+1}$.

ג. $\sin(2x + 4) + x \cdot \cos(x - 1)$.

ד. $e^{2x} + \ln(x + 4)$.

ה. $\sinh(x) \cdot \sin(x)$. $\sinh(x)$ היא אחת מכמה פונקציות היפרבוליות עליהן תלמדו בעתיד. כללי הגזירה שלה ושל הפונקציה ההיפרבולית \cosh נמצאים בדף הנוסחאות).

18) גזרו את הפונקציות הבאות:

א. $\frac{x^2+4}{x^3-1} + 2\sqrt{x}$.

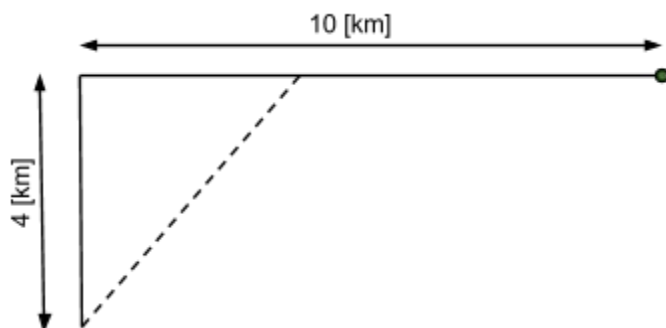
ב. $\frac{(x^3-3)\sqrt{x}}{x+x^{-1}}$.

ג. $(\sin^2(x) + x \cdot \cos(x)) \cdot \sqrt{x+4}$.

ד. $e^{\sin(x)} \cdot (x - 8)$.

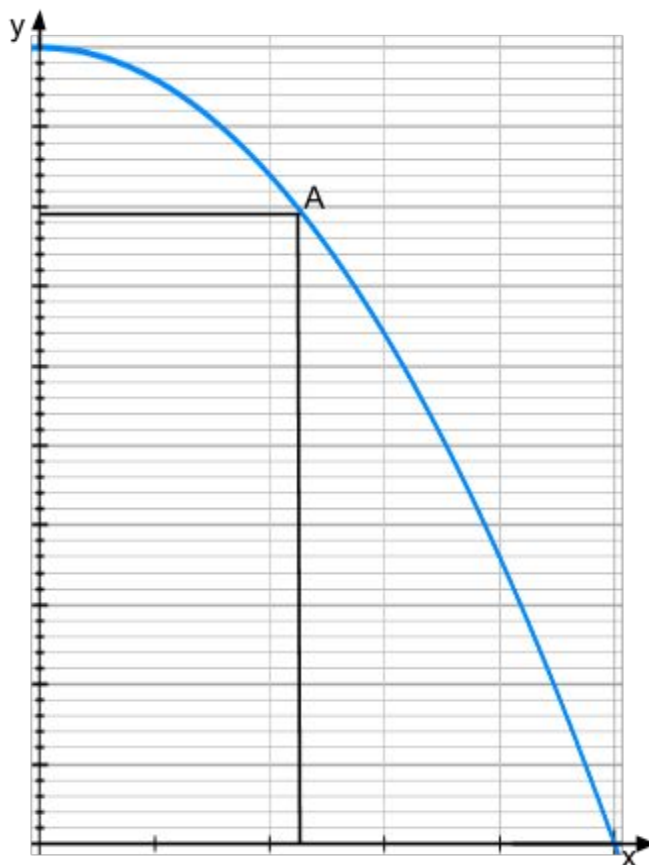
ה. $\sqrt{e^{x^2+8x} + \ln(\sin(x))} + 0.123456789$.

(19)



דניאל מתעורר בים במרחק של 4 [km] מהחוף ללא זיכרון מלילה הקודם. על החוף, במרחק של 10 [km] מהנקודה הקרובה ביותר אליו, נמצאת מסעדה. דניאל שם לב שהוא מאוד רעב ומחליט ללכת למסעדה. הוא שוחה בים מהירות של $4 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$, והולך על החוף במהירות $6 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$. לאיזה מרחק מהמסעדה עליו לשחות כדי להגיע למסעדה בזמן הקצר ביותר?

(20) נתונה הפונקציה $f(x) = 50 - 2x^2$. מנקודה A שעל הפונקציה ברביע הראשון הורידו אנכים לצירים כך שנוצר מלבן כמתואר בשרטוט:



מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי? מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי? מהם ההיקף והשטח המקסימליים?

21) חשבו את האינטגרלים הבאים:

א. $\int (8x^2 + 5x - 3.5) dx$

ב. $\int (\frac{x}{12} + 333 - 22\sqrt{x}) dx$

ג. $\int (\sqrt{6-x} - \sqrt{x+4}) dx$

ד. $\int (\frac{4}{x^2} + 4(x + \frac{2}{x^3}) - 1) dx$

ה. $\int (\sin(x) - \cos(3x+1) + 1 + \tan^2 x) dx$

22) חשבו את האינטגרלים המסוימים הבאים:

א. $\int_0^{10} (x \cdot (x-7) + 16x^3) dx$

ב. $\int_7^4 (\frac{x^4}{2} - \frac{2}{x^4}) dx$

ג. $\int_{-1}^{54} (\sqrt{12x+6} + \sqrt{4} + \sqrt{x-1}) dx$

ד. $\int_{-62}^{-10} (\frac{-13}{(2x+3)^2} + 5 \cdot \frac{(x-8)}{(x-8)^4} + 2.3) dx$

ה. $\int_{-2\pi}^{2\pi} (\cos(4x + \frac{\pi}{4}) - \sin(x)\cos(x) + \sin^2(x)) dx$

23) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$

א. מה תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מה השטח התחום על ידי גרף הפונקציה, ציר הא, והישרים $x = -4$ ו $x = -1$?

ג. מה השטח התחום על ידי גרף הפונקציה, ציר הא, והישרים $x = 4$, $x = 8$ ו $y = 0.5$?

ד. מה השטח התחום על ידי גרף הפונקציה, ציר הע, והישר $y = \frac{35x}{32} + 2$ משמאל לראשית הצירים?

24) נתונות הפונקציות $y = e^{3x+2} + 10$ ו $y = 2e^{-2x} - 11$. ישר המקביל לציר y חותך את הגרף העליון

בנקודה A ואת הגרף התחתון בנקודה B.

א. מצא/י מה צריכה להיות משואת הישר המקביל לציר y כדי שהמרחק AB יהיה מינימלי.

ב. חשב את המרחק AB המינימלי.

ג. כעת העבירו יש נוסף המקביל לישר הקודם והמרחק בין הישרים הללו הוא 5. מצא/י את השטח הכלוא בין הישרים והפונקציות.

(25) נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x , ומקיימת: $f(x) = x^2 - 5x + 6$.
א. הישר $y = 4.5$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
ב. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x ומקיימת: $f(x) = g'(x)$. המרחק בין נקודת המינימום של $f(x)$ לנקודת המינימום של $g(x)$ הוא 5. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן. מצא את שתי האפשרויות.

(26) נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x , ומקיימת: $f(x) = x^2 - 5x + |x| + 3$.
א. הישר $y = 0$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
ב. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x ומקיימת: $f'(x) = g'(x) + 3$. המרחק בין נקודת המינימום של $f(x)$ לנקודת המינימום של $g(x)$ הוא $\sqrt{5}$. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן. מצא את שתי האפשרויות.

(27) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(x-3)^2-2}{x^2-25} + \frac{x-5}{x+5}$

א. מה תחום הגדרת הפונקציה?
ב. באילו נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר x , ובאיזו נקודה - את ציר y ?
ג. מצא/י את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע/י את סוגן.
ד. מצא/י את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
ה. מצא/י את נקודות הפיתול של הפונקציה וקבע/י את סוגן.

(28) נתונה הפונקציה: $y = 8\sin(x) + \cos(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.
א. מה תחום הגדרת הפונקציה?
ב. באילו נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר x , ובאיזו נקודה - את ציר y ?
ג. מה הן נקודות המקסימום והמינימום של הפונקציה בתחום הנ"ל?
ד. מצא את תחומי העלייה והירידה בתחום הנ"ל.

(29) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3e^{x+1} + \frac{27e^{\frac{3}{x}}}{e^{x+\frac{1}{2}}} - 18e$

א. מה תחום הגדרת הפונקציה?

ב. באילו נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר x , ובאיזו נקודה - את ציר y ?

ג. מצא/י את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע/י את סוגן.

ד. מה השטח התחום על ידי גרף הפונקציה, ציר x והישרים $x = -4$ ו $x = 12$?

(30) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(x^5 \cdot (2x - 1)) - \ln(x^3) - \ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$

א. מה תחום הגדרת הפונקציה?

ב. באילו נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר x , ובאיזו נקודה - את ציר y ?

ג. מצא/י את הנגזרת וקבע את תחומי העלייה והירידה.

ד. מה השטח התחום על ידי גרף הנגזרת השנייה, ציר x והישרים $x = 1$ ו $x = \frac{3}{2}$?