

תנועה הרמונית- תדריך עבודה

מטרת הניסוי

בחינה ולמידת עקרונות של תנועה הרמונית פשוטה דרך מטוטלת מתמטית ומטוטלת פיסיקאלית. בפרט:

1. נאמת את המודל התיאורטי עבור מטוטלת פיסיקאלית, ונחשב את רדיוס ההתמד של המטוטלת.
2. נאמת את המודל התיאורטי של המטוטלת המתמטית ונמצא את תאוצת הכובד.

רשימת ציוד

1. מערכת מטוטלת פיסיקאלית הכוללת מוט מתכת ארוך, משקולת מתכת גלילית (מוברגת על המוט) סרגל ארוך. לניסוי חלק א'.
2. מאזני שקילה. לניסוי חלק א'.
3. מערכת מטוטלת מתמטית הכוללת בסיס עם מוט ארוך, משקולת מתכת הקשורה בחוט, סמן אורך ניד וסרגל ארוך. לניסוי חלק ב'.
4. שער אופטי (תא פוטואלקטרי) המחובר למונה זמן דיגיטלי מדויק.
5. קליבר

חלק א' – מטוטלת פיסיקאלית

בחלק זה נאמת את המודל התיאורטי ונחשב את רדיוס ההתמד של המטוטלת הפיסיקלית.

ביצוע המדידות

1. ראשית, פרקו את המשקולת מהמטוטלת באמצעות מברג אלן.
2. מדדו את הגדלים הבאים:
 - מסת המשקולת.

- מסת המוט
 - מסת וו התליה של המטוטלת.
 - אורך המוט.
 - רדיוס המשקולת.
3. הרכיבו בחזרה את המשקולת על המוט במרחק שלא עולה על 30 ס"מ מקצה המוט. רשמו את מיקום המשקולת על המוט.

לאחר שהברגתם את המשקולת בחזרה למוט, אין לשנות את מיקומה במהלך כל המדידות.

יש להקפיד שבורגי האבטחה בקצה המוט מוברגים לאורך כל הניסוי.

4. מדדו/חשבו את מיקום מרכז המסה של המטוטלת. שימו לב שכאשר וו התלייה של המטוטלת יזוז במהלך הניסוי, מרכז המסה עשוי להשתנות יחד איתו. התחשבו בכך על מנת לקבל תוצאה של מרכז המסה (ערך + שגיאה), באמצעות מדידה ישירה, חישוב או סרטוט גרף.

מדידת זמני מחזור

(ראו נספח א' כיצד יש לבצע את המדידה נכון)

1. הפעילו את מונה הזמן באמצעות כפתור ה on/off. המכשיר מספק את המתח החשמלי גם לשער האופטי.
2. מקמו את וו התליה של המטוטלת על אחד הפסים המסומנים על המוט מצידו הארוך ביחס למשקולת. וודאו שהקצה החד של וו התליה פונה כלפי מטה. רשמו את מיקום וו התליה ביחס לקצה המוט.
3. הניחו את המטוטלת על המתקן המיועד לה, ומדדו את זמן המחזור. בצעו מדידה זו עבור כל הפסים בצד זה של המוט. מדדו עד שתוכלו להבחין בנקודה בה זמן המחזור הוא מינימאלי.
4. כעת מקמו את וו התליה בצדה השני של המשקולת. מדדו את זמני המחזור עבור החלק הקצר של המוט (ביחס למשקולת) באופן דומה.

5. בנו גרף איכותי (ללא שגיאות) של ריבוע זמן המחזור כפונקציה של מרחק נקודת התליה מקצה המטוטלת.
6. בעיבוד התוצאות, תתאימו את נקודות המדידה מסעיפים 2-4, לפונקציה המתארת את התלות התיאורטית של ריבוע זמן המחזור, במרחק מרכז המסה מנק' התליה של המטוטלת. בצעו מדידות של זמן המחזור בנקודות תליה נוספות (לא על הפסים), על מנת להשיג בסיס טוב יותר להתאמה. (היכן יש לבצע את המדידות הנוספות על מנת שהשיפור יתאים למטרת הניסוי?).

הנחיות לעיבוד תוצאות ושאלות להתייחסות בדו"ח

- שרטטו גרף של זמן המחזור בריבוע כפונקציה של מרחק מרכז המסה מנקודת התליה של המטוטלת.
1. שימו לב שהמרחק בציר X מחושב ממרכז המסה. קחו בחשבון את העובדה שמרכז המסה זז כאשר משנים את מיקום וו התלייה בעת הניסוי, והעריכו את הערכים והשגיאות בציר X בהתאם.
 2. השתמשו ב-MATLAB ובצעו התאמה לגרף החדש ששרטטתם.
 3.
 - א. חשבו את תאוצת הכובד של כדור הארץ g ושגיאתה, מתוך מקדמי ההתאמה. השתמשו רק במקדמי ההתאמה a_1, a_2 וכד' ולא בגדלים פיזיקליים אחרים.
 - ב. חשבו את רדיוס ההתמד k ושגיאתו מתוך מקדמי ההתאמה. השתמשו רק במקדמי ההתאמה ולא בגדלים פיזיקליים אחרים.
 - ג. חשבו את I_0 ושגיאתו מתוך מקדמי ההתאמה ומסת המטוטלת.
 4. כעת חשבו מתוך הנוסחה התיאורטית מומנט ההתמד I_0 ואת רדיוס ההתמד k . השתמשו בממדי המערכת שמדדתם בתחילת הניסוי, על מנת לחשב זאת. התחשבו במרכז המסה ובשגיאתו כפי שהערכתם אותה בתחילת הניסוי.
 5. לאחר ביצוע עיבוד הנתונים, התייחסו בדו"ח לנקודות הבאות:

- כיצד קיבלתם את מרכז המסה ושגיאתו בתחילת הניסוי? מהם היתרונות של השיטה בה השתמשתם?
- דונו בהתאמה שעשיתם. התייחסו לצורת הגרף, ול χ^2_{red} . האם התחשבתם נכון בתזוזת מרכז המסה כתוצאה מתזוזת וו התליה?
- השוו בין הגדלים שמצאתם מההתאמה, לבין הגדלים שחישבתם בהסתמך על מימדי המערכת.
- השוו בין תאוצת הכובד שמצאתם לבין הערך הידוע מהספרות.
- מהן השגיאות הדומיננטיות בניסוי? כיצד ניתן לשפרו?

חלק ב' - מטוטלת מתמטית

בחלק זה נמצא את קבוע תאוצת הכובד ונאמת את התיאוריה של המטוטלת המתמטית.

ביצוע המדידות

1. כוון המערכת ובדיקתה

לרשותכם מטוטלת מתמטית. בצעו את הפעולות הבאות לצורך כוון המערכת: 
ודאו שבמצב מנוחה חוט המשקולת מקביל לסרגל הפלסטיק הארוך בשני המישורים.

הזיזו את הסמן הנייד (בכיוונים מעלה ומטה לאורך הסרגל) וודאו שחוט המטוטלת נע בתוכו בצורה אחידה, ללא הפרעות אך גם לא בחופשיות. כמו כן וודאו שהזזת הסמן (מעלה ומטה) לא גורמת לשינוי במיקום המשקולת ביחס לקצה התחתון של סרגל הפלסטיק הארוך. 

שימו-לב לחלוקת השנתות של הסרגל הארוך, קבעו מהי אי הוודאות במדידה כשמשתמשים בסמן הנייד. 

מדדו את אורכו של גליל האלומיניום בעזרת קליבר. 

מדדו את המרחק בין הקצה התחתון של הסרגל האנכי לקצה העליון של המשקולת הגלילית. 

2. מדידת זמני מחזור

(ראו נספח א' כיצד יש לבצע את המדידה נכון)

- א. מדדו את זמן המחזור בעזרת מכשיר הפרדריקסון. שימו לב לדגשים הבאים:
- הסיטו את המסה כך שמישור התנודה יהיה מקביל לסרגל הארוך, **בחרו את זווית התנודה כך שתתאים למגבלות של הנחות היסוד של המודל**. ודאו שהמשקולת לא עוברת את החיישן האופטי כך שקרן האור לא תיחתך יותר מפעמיים במחזור, ראו ציור בהמשך.
- ב. במדידות בחלק זה צריך להגיע לדיוק אחיד של 0.07% בזמן המחזור (כלומר שהשגיאה היחסית תהיה פחות מ- 0.07%), ולכן בחרו באחת מהשיטות הבאות כך שתנאי זה יתקיים (אתם רשאים לבחור עבור גבהים שונים בשיטה שונה):

- ב.1. **שיטה 1:** מדידת מספר זמני מחזור באופן רציף - מצב עבודה start/stop
 בשיטה זו כל פעם שהקרן נחתכת מתעדכן הזמן המוצג על המכשיר. **שימו לב-** הזמן המוצג הוא זמן מצטבר. לכן אם המטוטלת חתכה את הקרן שבשער האופטי n פעמים התוצאה המוצגת היא הזמן הכולל של $n/2$ זמני מחזור.
- ב.2. **שיטה 2:** מדידת זמן מחזור על ידי מספר מדידות בדידות ומיצוע על ערכי מדידות אלה - מצב עבודה collision .
 כעת המערכת תמדוד ארבעה זמני מחזור, ותשמור אותם בזיכרון המכשיר. ניתן לעבור בין המדידות על ידי שימוש בכפתור memory. לחיצה על reset במצב זה תתחיל מדידה נוספת של ארבעה זמני מחזור.
- ג. חזרו על מדידת זמן המחזור עבור אותו גובה מספר פעמים כך שהוודאות בשגיאה תהיה קטנה 25%, כלומר: $\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} < 25\%$ (הנוסחה נכונה עבור התפלגות נורמאלית).
- ד. עצרו את המטוטלת.
- ה. לחצו על כפתור reset. המערכת מוכנה לסט מדידות חדש.
- ו. חזרו על המדידות עבור מספר אורכי חוט שונים. מדדו מכל התחום האורכים האפשרי לפי שיקול דעתכם, כך שדגשי הניסוי יתקיימו (תמדדו בין אורכי הקיצון הרלוונטיים למודל). ייתכן ובאורכי חוט מסוימים תצטרכו לבצע יותר מדידות של זמני מחזור על מנת להגיע לדיוק הנדרש בסעיף ב'.

תרשים המערכת מטוטלת מתמטית



מונה זמן

מטוטלת מתמטית

שער אופטי

תמונה מס' 1: מערכת הניסוי - מטוטלת מתמטית

הנחיות לעיבוד תוצאות ושאלות להתייחסות בדו"ח

1. שרטטו את הגרפים הבאים:

❖ T^2 מול L – גרף ליניארי (שימו לב שהמרחק L הוא האורך הכולל של המטוטלת ולא האורך לקצה הסרגל):

- גרף ליניארי עם איבר חופשי $y = ax + b$. זוהי ההתאמה הליניארית הרגילה בתוכנת המאטלב. שימו לב שהפרמטר הראשון שמספק המאטלב הוא המקדם החופשי והשיפוע הוא השני .

- גרף ליניארי בלי איבר חופשי $y = ax$. עליכם לכתוב פונקציה חדשה עבורו.

2. חשבו את תאוצת הכובד מכל אחד מהגרפים שבסעיף 1 והשוו לתיאוריה.

3. כעת הכניסו את המדידה מהסרגל בלבד בחישוב אורך המטוטלת (כלומר כאשר אנחנו מניחים שאורך המטוטלת הוא מהסמן הנייד ועד לקצה אותו הסרגל). שרטטו כעת רק את הגרף הליניארי עם איבר חופשי, חשבו את תאוצת הכובד g , והסבירו מה מייצג האיבר החופשי b . השוו אותו לערך שמדדתם בניסוי.
4. בחרו את ההתאמה שלדעתכם היא הטובה ביותר מבין 3 ההתאמות שביצעתם. הסבירו מדוע. ערך תאוצת הכובד שחישבתם ממנה יהיה תוצאת הניסוי.
5. נתחו את תוצאות הניסוי למדידת תאוצת הכובד g ע"פ הנקודות הבאות:
- האם הגרף שקיבלתם מתאים למודל התיאורטי? האם הגרף עובר בראשית? האם עליו לעבור בראשית g ? המודל? היעזרו בסעיף 1 בהנחיות לעיבוד התוצאות.
 - האם תוצאת הניסוי, כלומר g מסעיף 4, מתאים לערך בספרות? נמקו!
 - השוו בין תאוצת הכובד שקיבלתם מהמטוטלת המתמטית לזה שקיבלתם מהמטוטלת הפיזיקלית.
 - הסבירו כיצד מתוך התיאוריה עבור המטוטלת הפיזיקלית, ניתן לקבל את זמן המחזור עבור מטוטלת מתמטית.
 - מהם גורמי השגיאה הדומיננטיים בניסוי זה וכיצד ניתן להקטיןם?

נספח א'

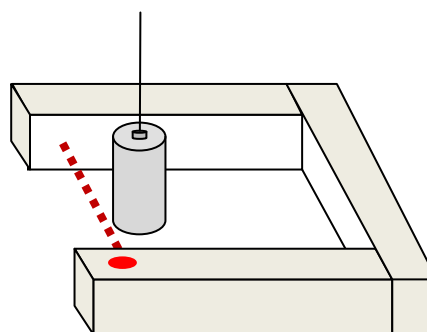
שימוש במכשיר הפרדריקסון

ביצוע מדידת זמן המחזור מתבצע ע"י שער אופטי, המחובר למכשיר פרדריקסון.

שימוש נכון בשער האופטי ובמערכת המדידה

- קח את המשקולת "אחורה", ושחרר. היה בטוח שאינך חותך את הקרן עם היד.

לפני הניסוי המערכת מונחת בערך ככה:



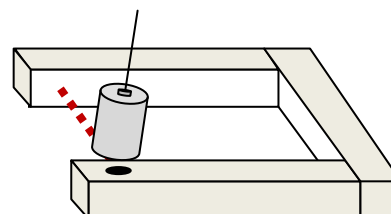
איור 1: המערכת ליפני ביצוע המדידה

- כמובן שלא ניתן לראות את הקרן העוברת.

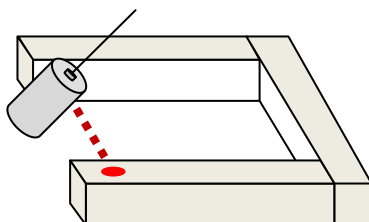
- כל עוד הקרן לא חתוכה דולקת הנורה האדומה בשער האופטי.

כיוון שכל פעם שהקרן נחתכת, מופעל/מופסק הסטופר, אז שימוש נכון הוא לוודא שהקרן תחתך פעמיים בזמן מחזור – פעם בתחילתו ופעם בסופו (האיור הימני), ולא שלוש פעמים – פעם בתחילתו, פעם במהלכו ופעם בסופו של זמן המחזור. (האיור השמאלי)

איור 2: מדידה נכונה



ככה זה נכון



איור 3: מדידה לא נכונה

ככה זה לא נכון

נוסחאות גיאומטריות שימושיות:

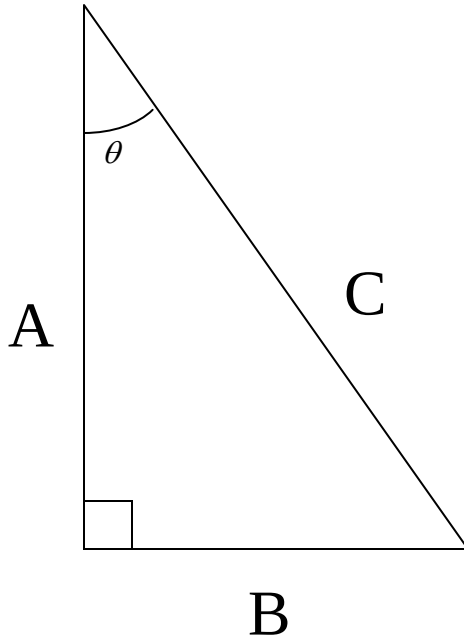
$$\arctan\left(\frac{B}{A}\right) = \theta$$

$$\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\theta[rad] = \frac{\pi}{180} \cdot \theta[deg]$$

קירוב זוויות קטנות:

$$\cos \theta \cong 1 \mid \frac{B}{C} = \sin \theta \cong \theta$$



איור 4: משולש ישר זווית