

ספרות עזר:

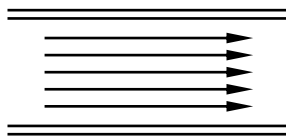
1 סירס-זימנסקי/מכניקה – פרק 16

2 *Duncan & Starling: Textbook of Physics/Viscosity***מבוא**

נוזל בלתי דחיס (בעל צפיפות קבועה) ובלתי צמיג מקיים בכל נקודה את חוק ברנולי:

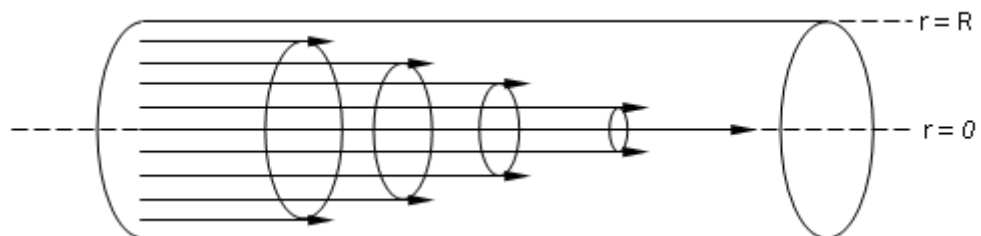
$$\frac{1}{2} \rho v^2 + P = \text{Const} \quad (1)$$

כאשר ρ צפיפות הנוזל, v מהירות הזרימה של יחידת נפח ו- P הלחץ ההידרודינמי (המקומי). נוזל זורם המקיים את חוק ברנולי נקרא נוזל אידיאלי. במצב זה מהירויות כל חלקיקי הנוזל בחתך מסוים של הצינור שוות; כלומר, הנוזל מתקדם כגוף אחד לאורך הצינור. פרופיל המהירות שלו מוצג בציור 1, כאשר החץ מתאר וקטור מהירות (גודלו = גודל המהירות, כיוונו = כיוון המהירות). ככל שמהירות הזרימה גדלה, הלחץ המקומי קטן.



ציור 1: פרופיל מהירות של נוזל אידיאלי.

בזרימת נוזל ריאלי (לא אידיאלי) מופיעים כוחות נוספים שלא מאפשרים את תיאור התנועה בעזרת חוק ברנולי. כוחות אלו הם כוחות חיכוך פנימיים המתנגדים לתנועת הנוזל, הם אופייניים לסוג הנוזל ומהווים את **הצמיגות**. זרימת נוזל ריאלי בתוך צינור גלילי, כאשר מניחים שהיא נעשית בשכבות של צינורות קונצנטריים המחליקות זו על גבי זו בכיוון מקביל לציר הצינור, נקראת **זרימה למינרית**. כוחות החיכוך הפנימיים גורמים לכך שמהירות זרימת הנוזל במרכז הצינור גדולה ממהירותו ליד הדופן. במילים אחרות, שתי שכבות סמוכות מפעילות כוחות זו על זו בשטח המגע ביניהן. השכבה האיטית שואפת להאט את המהירה, ולהפך. הנוזל שבא במגע עם הדופן (הנמצאת במנוחה) מהירותו אפס והנוזל במרכז הצינור - מהירותו מקסימלית.



ציור 2: פרופיל המהירות של נוזל ריאלי.

כדי לקיים את תנועתו של נוזל ריאלי יש להפעיל כוחות שיתגברו על כוחות החיכוך, המתוארים בעזרת צמיגות הנוזל. נוזל צמיג ובלתי דחיס מכונה **נוזל ניוטוני**.

זרימה למינרית תתקיים כל עוד המהירות הממוצעת $\langle v \rangle$ לא עולה על ערך מסוים. ערך זה נקרא המהירות הקריטית v_R . הזרימה הופכת למערבולתית במהירויות זרימה גדולות מ- v_R . זרימה זו מורכבת מזרמים אקראיים וממערבולות מקומיות.

תלות צפיפות נוזל בטמפרטורה

הצפיפות ρ מוגדרת כמסה ליחידת נפח. רוב החומרים בטבע מתפשטים עם חימום תוך כדי עליית האנרגיה הקינטית והלחץ הפנימי של חלקיקי החומר. מספר החלקיקים אינו משתנה, ולכן גידול הנפח גורר ירידה בצפיפות. תלות הצפיפות בטמפ' היא בקירוב:

$$\rho = \rho_0 e^{-\alpha T} \quad (2)$$

כאשר α נקראת מקדם ההתפשטות התרמית. α אופייני לנוזל הוא מסדר גודל של $10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$,

ρ_0 היא צפיפות של החומר ב- $T=0 \text{ } ^\circ\text{C}$.

תלות הצמיגות בטמפרטורה

את צמיגותו של נוזל ניתן להגדיר כהתנגדות שלו לשינוי צורתו שמקורה בחיכוך שבין חלקיקי הנוזל. העלאת הטמפרטורה של הנוזל גורמת מצד אחד לעליה באנרגיה הקינטית של חלקיקי הנוזל ולכן לעליה במספר ההתנגשויות ביניהם ולעליה בחיכוך, ומצד שני להקטנת צפיפות הנוזל ולכן להקטנת החיכוך. באופן ניסיוני נמצא שהגורם השני משמעותי יותר ולכן הצמיגות יורדת ככל שהטמפרטורה עולה:

$$\eta = A e^{+\frac{B}{T}} \quad (3)$$

כאשר A, B נקבעים לפי גרף ניסיוני של $\eta(T)$.

הכוחות הפועלים על כדור בתוך זורם

הכוח המעכב R , הפועל על כדור הנע בתוך זורם צמיג, לא דחיס ולמינרי, נתון לפי **חוק סטוקס** ע"י:

$$R = 6\pi\eta r u \quad (4)$$

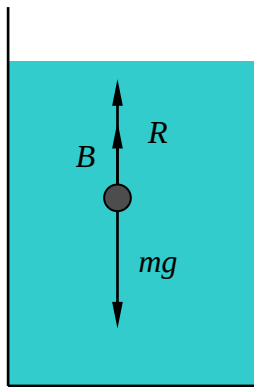
r – רדיוס הכדור, u – מהירות הכדור, η – מקדם הצמיגות של הנוזל.

במערכת היחידות c.g.s. נמדדת הצמיגות η ביחידות הנקראות poise, כאשר

$$poise = \frac{dyne \times sec}{cm^2} = \frac{gr}{cm \times sec}$$

חוק סטוקס מאפשר מדידה של מקדם צמיגות של זורם. את משוואת התנועה של כדור נופל תחת כוח הכובד בתוך זורם נקבל לפי החוק השני של ניוטון:

$$mg - R - B = ma \quad (5)$$



$B = 4\pi r^3 \rho_l g / 3$ – כוח העילוי לפי ארכימדס:

ρ_l – צפיפות הזורם.

ציור 3: הכוחות הפועלים על כדור בתוך זורם

כוח סטוקס מתחיל לפעול מיד עם תחילת תנועת הכדור בתוך הזורם, והוא הולך וגדל ביחס ישר למהירות. ברגע בו התנועה הופכת לקצובה (כלומר, התאוצה מתאפסת והכדור מגיע למהירות קבועה - V_f) מקבלים $mg - R - B = 0$ ולכן:

$$\frac{4\pi\rho_b r^3 g}{3} - 6\pi\eta r V_f - \frac{4\pi r^3 \rho_l g}{3} = 0 \quad (6)$$

ρ_b – צפיפות הכדור.

מכאן נוכל לקבל את המהירות הסופית אליה יגיע הכדור:

$$V_f = \frac{2g(\rho_b - \rho_l)r^2}{9\eta} \xrightarrow{V_f = \frac{L}{t}} t = \frac{9L\eta}{2g(\rho_b - \rho_l)r^2} \quad (7)$$

כאשר L הוא מרחק הנפילה ו t הוא זמן הנפילה.

משוואה (5) היא למעשה משוואה דפרנציאלית עבור מהירות הכדור V :

$$\frac{4\pi\rho_b r^3 g}{3} - 6\pi\eta r V - \frac{4\pi r^3 \rho_l g}{3} = m \frac{dV}{dt} \quad (8)$$

בעזרת פתרון המשוואה ניתן לתאר את תנועת הכדור עד הגיעו למהירות קבועה. בהנחה ש $V_0 = X_0 = 0$, הנחה סבירה בניסוי זה, מתקבלים הביטויים הבאים עבור מהירות הכדור והעתקו כפונקציה של הזמן:

$$V(t) = V_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \tau = \frac{2\rho_b r^2}{9\eta} \quad (9)$$

V_f הינה המהירות הסופית אליה מגיע הכדור בזורם, ו- τ הנו זמן הדעיכה של המערכת, אשר נותן את סדר גודל הזמן, שבו הכדור מגיע למהירות קבועה.

אינטגרציה של משוואה (9) והצבת תנאי התחלה $X_0 = 0$ נותנת את העתק הכדור כפונקציה של הזמן:

$$X(t) = V_f \left[t + \tau \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

הצבת $t = \tau$ במשוואה זו נותנת את מרחק הנפילה האופייני שלאחריו ינוע הכדור במהירות קבועה.

חוק סטוקס נכון רק לגבי זורם בעל ממדים אינסופיים ביחס לממדי הגוף הנע, ומהירויות נמוכות מהמהירות הקריטית u_R . במהירויות העולות על מהירות קריטית זו הזרימה טורבולנטית, נוצרות מערבולות בזמן התנועה והחוק מאבד את תוקפו.

מכשירי מדידה בניסוי:

אריומטר (או - הידרומטר, אראומטר) – שפופרת זכוכית ארוכה שבקצה התחתון שלה יש משקולת כדי שתשקע אנכית בתוך הנוזל. בחלקה העליון מצויה סקלה שקריאתה לפי פני הנוזל נותנת את צפיפות הנוזל.



ציור 4: מבנה אריומטר

עקרון פעולת האריומטר מבוסס על חוק ארכימדס: אם נסמן את משקל האריומטר ב- W ואת שטח חתכו ב- A . אזי בנוזל שצפיפותו ρ ישקע המכשיר לעומק h שנתון לפי חוק ארכימדס: $W = \rho Ahg$. משקל האריומטר נשאר קבוע, ואת ρ אפשר לחשב באופן נפרד על ידי מדידת הנפח והמשקל של כמות מסויימת של נוזל. יצרנית האריומטר יודעת בדיוק גבוה מה שטח החתך A של האריומטר; היא מחשבת לאיזה גובה h האריומטר ישקע בנוזלים בצפיפויות ρ שונות, וכותבת את ערכי הצפיפות על הסקלה שבראש האריומטר. כשאנו נכניס את האריומטר לנוזל כלשהו נוכל לקרוא את הצפיפות ישירות מהסקאלה, מבלי להצטרך לדעת בעצמנו מהו A ומבלי לבצע חישוב.

סיכום

בניסוי זה נמצא את ערך צמיגות הגליצרין תוך שימוש בביטוי לזמן הנפילה המופיע בנוסחא (7) המתקבל משיקולי כוחות. נתנסה בכלים סטטיסטיים שונים.