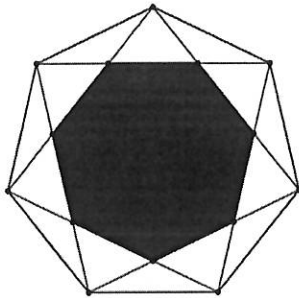


מבחן B

משך המבחן: שלוש שעות. אין להשתמש במחשבון / חומר עזר.
יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תקבל ניקוד.



$$1. \text{ פתרו מערכת משוואות: } \begin{cases} x^2 + 2xy + z^2 = -9 \\ 2x + 2y + z = 0 \\ y^2 - z^2 = 9 \end{cases}$$

2. במצולע משוכלל $A_1A_2A_3\dots A_n$ ששטחו S העבירו n אלכסונים: $A_1A_3, A_2A_4, A_3A_5, \dots, A_{n-2}A_n, A_nA_1$.
אלכסונים אלה מחלקים את המצולע למספר חלקים, החלק שנמצא במרכז הוא גם מצולע משוכלל ששטחו s .
רשמו ביטוי עבור $\frac{S}{s}$ באמצעות n .

3. נתון: $\cos x + \sin x = \frac{5}{4}$. חשבו את $\cos(4x)$.

4. קטעים AC ו-BD נפגשים בנקודה M, ומתקיים $BM = MD$. מעגל שחסום במשולש ABC גדול יותר מאשר המעגל שחסום במשולש ACD.
מה גדול יותר: $AB + BC$ או $AD + DC$?

5. חשבו את $\log_2(\log_4 3) + \log_2(\log_3 25) + \log_2(\log_5 16)$.

6. מצאו את כל ערכי α עבורם $8 \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha = 8 \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha + \sqrt{3}$.

7. הוכיחו כי מבין כל 35 מספרים שלמים שונים a_1, a_2, \dots, a_{35} ניתן לבחור 3 מספרים שונים a_i, a_j, a_k עבורם $(a_k - a_j)(a_k - a_i)(a_j - a_i)$ מתחלק ב-17.

8. האם $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}$ רציונלי?

בהצלחה!