



מבחן C, מועד ב'

משך המבחן שלוש שעות. אין להשתמש במחשבון / חומר עזר.
יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תקבל ניקוד.

1. מצאו את כל השורשים המרוכבים של המשוואה $4z^5 + \bar{z}^3 = 0$.

2. באליפסה נתונה (שאינה מעגל) חסום משושה בעל שטח גדול ככל האפשר. האם יש לו שתי צלעות שוות? האם כל הצלעות שלו שוות?

3. מצאו את המספר k הקטן ביותר כך שלכל x ממשי יתקיים $x^2 + x^8 \geq kx^3$.

4. נתונה קוביה, אורך כל מקצוע שלה 1. נקודה A היא קודקוד והקודקודים הסמוכים ל-A הם B, C ו-E. קודקוד נוסף D נמצא על הפאה של A, B ו-C וקודקוד H מנוגד לקודקוד A.

א. חשבו את הזווית בין AD ל-AH.

ב. חישבו את המרחק הקטן ביותר האפשרי בין נקודה על AH לנקודה על BC.

5. הוכיחו כי $\sum_{k=0}^n \binom{k}{2} \cdot \binom{n-k}{2} = \sum_{k=0}^n \binom{k}{3} \cdot (n-k)$.

6. ישר בעל שיפוע α משיק לגרף של סינוס בשתי נקודות שונות. הראו כי $\tan \alpha = \alpha$.

7. אם $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, מה יותר גדול: $\frac{\ln(\cos \alpha) - \ln(\cos \beta)}{\beta - \alpha}$ או $\tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$?

בהצלחה!