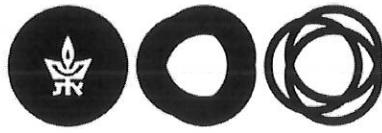


28.9.2017

תוכנית בנו ארבל  
בית הספר למדעי המתמטיקה  
אוניברסיטת תל אביב



# מבחן C

משך המבחן: שלוש שעות. אין להשתמש במחשבון / חומר עוזר.  
יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תקבל ניקוד.

1. עבור אילו ערכים של  $n$  טבוי מתקיים:  $\cdot \binom{2n}{n} < 3 \cdot \binom{2n}{n+2}$

2. חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \dots + \frac{1}{3n-1} + \frac{1}{3n}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n}}$

3. מה גודל יותר:  $\log_{1000} 1001$  או  $\log_{999} 1000$  ?

4. מצאו את כמות המשוואות  $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$  בתנאי ש-  $x_1, x_2, x_3, x_4$  הם מספרים שלמים שקיימים  $1 \leq x_i \leq n$ .

5. מצאו את כל השורשים המרוכבים של הפולינום  $8 - 2x - x^2 - 5x^3 + 4x^4$ .

6. נתונה פרבולה  $\Pi$  ושתי נקודות עליה: A ו-B. המשיקים לפרבולה ב-A וב-B נפגשים בנקודה C. אחד התיכוןים במשולש ABC הוא CM, שפוגש את הפרבולה  $\Pi$  בנקודה P. מה יותר גדול PM או CP?

7. מצאו את כמות הפתרונות למשוואת  $\cos x = \frac{x^2}{100}$  (במספרים ממשיים).

8. תמנון משוכלל זה פאון שכל פאה שלו היא משולש משוכלל, ובכל קודקוד נגשות 4 פאות. נניח שכל המקצועות של תמנון נתון הן באורך 1. מהו המרחק בין שתי פאות נגדיות של התמנון?

**בהצלחה!**