



מבחן C

משך המבחן: שלוש שעות. אין להשתמש במחשבון / חומר עזר.
יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תקבל ניקוד.

1. עבור אילו ערכים של n טבעי מתקיים: $\binom{2n}{n} < 3 \cdot \binom{2n}{n+2}$

2. חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \dots + \frac{1}{3n-1} + \frac{1}{3n}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n}}$

3. מה גדול יותר: $\log_{1000} 1001$ או $\log_{999} 1000$?

4. מצאו את כמות למשוואה $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$ בתנאי ש- x_1, x_2, x_3, x_4 הם מספרים שלמים שמקיימים $1 \leq x_i \leq n$.

5. מצאו את כל השורשים המרוכבים של הפולינום $x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 2x - 8$.

6. נתונה פרבולה Π ושתי נקודות עליה: A ו-B. המשיקים לפרבולה ב-A וב-B נפגשים בנקודה C. אחד התיכונים במשולש ABC הוא CM, שפוגש את הפרבולה Π בנקודה P. מה יותר גדול PM או CP ?

7. מצאו את כמות הפתרונות למשוואה: $\cos x = \frac{x^2}{100}$ (במספרים ממשיים).

8. תמניון משוכלל זה פאון שכל פאה שלו היא משולש משוכלל, ובכל קודקוד נפגשות 4 פאות. נניח שכל המקצועות של תמניון נתון הן באורך 1. מהו המרחק בין שתי פאות נגדיות של התמניון?

בהצלחה!