



# מבחן C

משך המבחן שלוש שעות. אין להשתמש במחשבון / חומר עזר.  
יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תקבל ניקוד.

1. כמה שורשים ממשיים יש לפולינום  $x^5 - 5x + 3$ ? כמה מבין השורשים האלה הם מספרים רציונאליים?

2. חשבו את  $\int_{-1}^1 (\sqrt{1-x^2} + |x| - 1) dx$ .

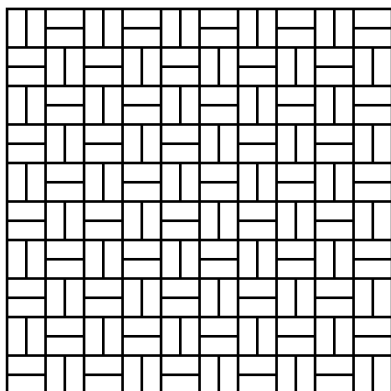
3. סדרו את המספרים  $3^{\pi e}$ ,  $e^{3\pi}$ ,  $\pi^{3e}$  בסדר עולה (יש לציין איזה מספר הוא הגדול

ביותר ואיזה מספר הוא הקטן ביותר, וכמובן גם להוכיח).

4. מצאו את כל השורשים המרוכבים של הפולינום

$$x^5 - 9x^3 + 8x^2 - 72$$

5. כמה מלבנים יש בצירוף? (צריך לספור גם מלבנים שמורכבים ממלבנים קטנים יותר; גם ריבוע נחשב למלבן).



6. במישור לבן צויר מעגל  $\gamma$  שרדיוסו 1, ובמרחק  $\frac{1}{2}$  ממרכז המעגל סומנה נקודה P. לכל נקודה Q על המעגל  $\gamma$ , מעבירים באמצעות דיו שחור את האנך האמצעי לקטע PQ. מהו גודל השטח שנשאר לבן (שמורכב מהנקודות שלא נמצאות על אף אחד מהאנכים האמצעיים)?

7. חשבו את  $\sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+1)(k+2)} \cdot \binom{n}{k}$

8. הנקודה K היא קודקוד של קוביה. מישור משופע חותך את מקצועות הקוביה שיוצאים מהנקודה K בנקודות A, B, C. הישרים KA, KB, KC יוצרים עם המישור ABC זוויות  $\alpha, \beta, \gamma$  בהתאמה. הוכיחו כי  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$ .

9. מצאו את כל הערכים האפשריים עבור  $a > 0$ , כך שיתקיים:  $a^x \geq ax$  לכל  $x$ .

**בהצלחה!**