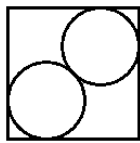




מבחן A

משך המבחן שעתיים וחצי. אין להשתמש במחשבון / חומר עזר.
יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תקבל ניקוד.
השאלות אינן שגרתיות ואפילו תלמידים מצטיינים יתקשו לפתור את רוב השאלות.

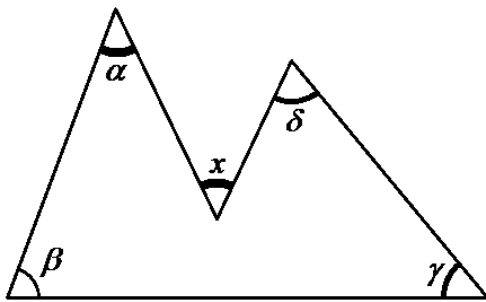


1. בציור שני מעגלים שווים, שמשיקים זה לזה ולארבעה צלעות של הריבוע, כאשר כל מעגל משיק לשתי צלעות בדיוק. מצאו את אורך הרדיוס של המעגלים, בהנחה שאורך הצלע של הריבוע שווה 1.

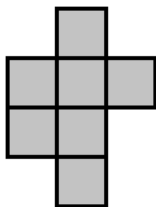
2. נתונים מספרים ממשיים x, y המקיימים $x^2 + 4xy + 4y^2 + 10x + 20y + 9 = 0$. מצאו את $x + 2y$.

3. בפארק N ספסלים, ועל כל ספסל יושב מישהו. יש בדיוק 7 ספסלים אליהם יושב בן אדם אחד בלבד. יש גם ספסל שיושבים עליו 2 אנשים, וגם ספסל שיושבים עליו 3 אנשים, אבל על אף ספסל לא יושבים יותר מ-3. סה"כ על הספסלים יושבים 19 אנשים. מצאו את N.

4. נתונים מספרים טבעיים a, b, c, d . מסתבר, שהמספרים $a + b, ab + cd, ad + bc$ שלושתם אי-זוגיים. האם $a + b + c + d$ זוג או אי-זוגי?



5. בציור מופיעה צורה, שנוצרת מ-5 נקודות: מרובע קמור ונקודה בתוכו, שמחברים אותם האופן מעגלי. בין הקטעים נוצרות זוויות $\alpha, \beta, \gamma, \delta, x$, כאשר הזווית x ליד הנקודה הפנימית. מצאו נוסחה עבור הזווית x בציור באמצעות הזוויות $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.



6. נתון דף משבצות, אורך הצלע של כל משבצת שווה 1. נצבעו 7 משבצות, כך שנוצר מצולע (יש דוגמה בציור, אבל זה לא חייב להיות בדיוק כמו בדוגמה). מהו ההיקף הגדול ביותר שיכול להיות למצולע זה?

בהצלחה!