



מבחן C

משך המבחן שלוש שעות. אין להשתמש במחשבון / חומר עזר.
יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תקבל ניקוד.

1. מצאו את השארית שמתקבלת כאשר מחלקים פולינום $(x+1)^7 + x^5 + (x-1)^3$ בפולינום $x+2$.

2. חשבו את $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$.

3. מה יותר גדול: $\sin 1^\circ + \sin 3^\circ + \sin 5^\circ + \dots + \sin 175^\circ + \sin 177^\circ$ או $\sin 2^\circ + \sin 4^\circ + \sin 6^\circ + \dots + \sin 176^\circ + \sin 178^\circ$?

4. חשב את $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^n \sqrt{n^2 - k^2} \right)$.

5. שני ישרים l_1, l_2 שמקבילים זה לזה, משיקים לאליפסה \mathcal{E} בנקודות שונות A ו-B. שני ישרים אחרים l_3, l_4 שמקבילים לישר AB, משיקים לאותה אליפסה \mathcal{E} בנקודות שונות C ו-D. הוכח כי הישר CD מקביל לישרים l_1, l_2 .

6. הוכח כי $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} k^2 = n \cdot 2^{n-1} + n(n-1)2^{n-2}$.

7. מה יותר גדול: $(1 + \frac{1}{100})^{100}$ או e ?

8. מתומן ABCDEFGH משוכלל, $AE = 2$. על AE נבחרה נקודה X, שמחלקת את הקטע AE ביחס 3:1. מצא את $AX \cdot BX \cdot CX \cdot DX \cdot EX \cdot FX \cdot GX \cdot HX$.

9. פירמידה משולשת מוכלת בקוביית יחידה. מה יכול להיות הנפח המרבי שלה?

בהצלחה!