

פרויקטים לכנס הקיץ

פרויקט א: NONARCH

מנחות: עדינה כהן ואילה בירון (האוניברסיטה העברית)

נושא: שדות הערכה והישר האפיני של ברקוביץ'.

תיאור: נגדיר מהי הערכה על שדה ומהי הערכה לא ארכימדית.

כדוגמאות לשדה לא ארכימדי ניקח שדה עם הערכה טריוויאלית, ואת שדה המספרים ה- \mathbb{Q} -אדיים. נראה שהטופולוגיה המושרית היא לא קשירה לחלוטין. כדי להתמודד עם זה נגדיר את הישר האפיני של ברקוביץ' - זה יוצא עץ אינסופי! נלמד ונתאר אותו עבור הדוגמאות שהזכרנו. **דרישת קדם:** טופולוגיה.

פרויקט ב: DESCENT

מנחה: עדי וולף (טכניון)

נושא: תורת ה- descent וקוהומומולוגיית גלואה

תיאור: מתי שתי מטריצות ממשיות שצמודות על ידי מטריצה קומפלקסית תהיינה צמודות גם על ידי מטריצה ממשית? חוג הקוורטניונים עם מקדמים ממשיים וחוג המטריצות 2×2 הממשיות אינם איזומורפיים מעל \mathbb{R} , אך אם נרחיב את הסקלרים ל- \mathbb{C} נקבל שהם שניהם איזומורפיים למטריצות 2×2 קומפלקסיות. מתי 2 חוגים ממשיים שאיזומורפיים מעל \mathbb{C} יהיו איזומורפיים מעל \mathbb{R} ? שאלות אלו מהוות דוגמה לבעיית ה- descent : מתי 2 מבנים המוגדרים מעל שדה F ואיזומורפיים מעל שדה K המכיל את F , יהיו איזומורפיים מעל F ? במהלך הפרוייקט נלמד מהי קוהומומולוגיית גלואה, הנותנת (בין היתר) מענה לשאלות הנ"ל. כמו כן נלמד משפטים שימושיים בתחום (כגון משפט הילברט 90), ובהתאם לזמן נדון בהרחבות של חבורות ובחבורת Brauer.

דרישת קדם: אלגברה ליניארית, תורת החבורות. (מומלץ אך לא הכרחי: תורת החוגים, תורת השדות)

פרויקט ג: MATLAB_FUN

מנחה: דליה גרצמן (תל אביב)

נושא: חידות חישוביות, תעלולים מתמטיים, ושאר ישומי מחשב שימושיים

תיאור: תכנת MATLAB היא כלי מתמטי שימושי במגוון תחומים באקדמיה ובתעשייה; מחשבון הכיס של ימינו, יש תאמרה. דרך מושגים בסיסיים מענפים שונים במתמטיקה, נלמד להכיר פן אחד של התכנה - ביצוע פעולות מתמטיות על מטריצות.

מטריצה היא אובייקט מתמטי מופשט שאנו נוכל ליצוק אליו תוכן כרצוננו - תורת הגרפים תלמד אותנו לכתוב שורות קוד בסיסיות, תורת המספרים תלמד אותנו לכתוב בקוד את המחשבות האינדוקטיביות

שלנו, ועוד... שאלות שניתקל בהן בדרך תוכלנה ללמד אותנו כיצד אנו מסוגלות להמשיך ולהתפתח באופן עצמאי, ותשובות שנפגוש תלמדנה אותנו לשאול עוד שאלות.

דרישות קדם: בקורס נדדקק להיות מסוגלות להקביל בין אובייקטים מוחשיים למופשטים, ולהרגיש נוחות בעבודה עם מטריצות - קורסי חובה של שנה א' בשילוב מעט קורסים מתקדמים יהוו רקע מספיק לכך. כמו כן המפגשים יהיה בעלי אופי מעשי (נעבוד מול מחשב) ולכן מומלץ להגיע עם רקע בסיסי בכתיבת קוד כדוגמת קורס מבוא כללי למדעי המחשב.

פרויקט ד: REPRESENTATIONS

מנחה: אור ברוך (תל אביב)

נושא: מבוא להצגות של חברות סופיות.

תיאור: יהי V מרחב וקטורי ממימד סופי מעל שדה F . הצגה של חבורה, במרחב הוקטורי V , הינה הומומורפיזם של חברות המתאים לכל איבר בחבורה העתקה לינארית הפיכה, מעל השדה F , מ- V לעצמו. בעזרת תורת ההצגות ניתן לתרגם בעיות תאורטיות בתורת החבורות לבעיות באלגברה לינארית, מה שמפשט באופן משמעותי את פתרוןן. באופן כללי, לתורת ההצגות גם יישומים רבים בתחום הפיזיקה, אך אותם לא נזכיר כלל. ננסח ונוכיח את הלמה של SCHUR, המהווה אחד מהכלים הבסיסיים ביותר בתורת החבורות. לצד ניסוחה והוכחה שלה נציג חלק מהשימושים הרבים והמגוונים שלה, שהם אלגנטיים למדי ומשתמשים בכלים אלמנטריים בלבד.

דרישות קדם: לינארית 1,2 ואלגברה ב'1.

פרויקט ה: RAND_GRAPHS

מנחה: גל קרוננברג וקלרה שיכלמן (תל אביב)

נושא: גרפים מקריים ורכיבים גדולים

תיאור: אחד מתחומי המחקר החדשים בקומבינטוריקה עוסק בתכונותיהם של גרפים מקריים. המודל החשוב ביותר של גרפים מקריים נקרא "מודל ארדוש-רני" (Erdos-Renyi) ומוגדר באופן הבא: בהינתן n קודקודים, מוספים כל אחת מתוך $\binom{n}{2}$ הצלעות האפשריות בהסתברות p באופן בלתי תלוי בצלעות האחרות. מודל זה מסומן $G(n, p)$.

במאמר פורץ דרך מ-1960 ארדוש ורני הראו תכונה מפתיעה של גרפים מקריים המכונה "מעבר פאזה". בין היתר, הם הראו שכאשר ההסתברות לצלע קטנה מ- $p(n) = \frac{1}{n}$ כל רכיבי הקשירות הם מגודל $c \cdot \ln n$ ואילו כאשר ההסתברות לצלע גדולה מ- $\frac{1}{n}$ מופיע רכיב "ענק" (ז"א מגודל $c \cdot n$). כלומר כאשר $p = \frac{1}{n}$ מתרחש מעבר פאזה מבחינת מבנה הגרף. תוצאה זו היתה יריית הפתיחה לחקר הגרפים המקריים, תחום פורה ועשיר עד ימנו.

בפרויקט נקרא יחד הוכחה חדשה פשוטה ומפתיעה של קריבלביץ' וסודקוב מ-2012 לתוצאה הזו, ונסה להוכיח תוצאות נוספות בכלים שהוצגו במאמרם.

דרישות קדם: מבוא לקומבינטוריקה ותורת הגרפים, מבוא להסתברות. מומלץ (אך לא הכרחי): תורת הגרפים.

פרויקט ו: HORMAND

מנחה: עדי גליקזם (תל אביב)

נושא: משפט הרמנדר ומשוואת $\bar{\partial}$

תיאור: בפרוייקט נלמד את ההוכחה של משפט הרמנדר, שמראה שקיים פתרון למשוואת $\bar{\partial}$ עם חסמים על נורמת L_2 ממושקלת כפונקציה של נורמת L_2 ממושקלת של הפונקציה לה אנו מנסים למצוא פתרון למשוואה. היופי במשפט הוא בזה שהוא מאפשר לנו למצוא פונקציות שלמות עם חסמים בכל מיני תחומים. בפרוייקט נלמד את הוכחת המשפט ונראה שימושים שלו (אם נספיק).

דרישות קדם: מרחבי הילברט. פונקציות מרוכבות 1.

פרויקט ז: SUBDIV

מנחה: שירה פייגנבאום

נושא: מידול גיאומטרי של משטחים חלקים (Subdivision surface) והקשר לגרפיקה ממוחשבת
תיאור: בפרוייקט נכיר את המידול גיאומטרי, ואת שיטת ה Subdivision schemes, לעיצוב וייצוג של משטחים ב $D3$. נתעמק בשיטות המאפשרות לשפר את חלקות המשטח. ונפגוש שימושים מעניינים מתחום הגרפיקה הממוחשבת. כמו כן נידע לקשר של המידול ליצירת wavelets.

דרישות קדם: אין (אולי ידע באנליזה נומרית יכול להיות יתרון)

פרויקט ח: HEDGEHOG

מנחות: שירה טנאי, קרינה סמבליאן וויקה קמינקר

נושא: העתקות על הספירה: משפט הקיפוד ומשפט נקודת השבת של בראור
תיאור: האם אפשר לסרק קיפוד, כך שלא יהיו "קרחות" ו"שפיצים"? לפי משפט הקיפוד התשובה שלילית. באופן פורמלי, המשפט טוען שאין שדה וקטורי חלק ומשיק לספירה ממימד זוגי (ובפרט, לספירה הדו מימדית). במהלך הפרוייקט נלמד הגדרות בסיסיות מטופולוגיה וגיאומטריה דיפרנציאלית, ובעזרתן נבנה בהדרגה את הכלים הנחוצים להוכחת משפט הקיפוד. לבסוף, נסיק ממשפט הקיפוד את משפט נקודת השבת של בראור, שטוען כי לכל העתקה חלקה מהכדור התלת מימדי לעצמו יש נקודת שבת.

דרישות קדם: חדו"א במספר משתנים, אלגברה לינארית.

פרויקט ט: DEGREE_MOD2

מנחות: שירה טנאי, קרינה סמבליאן וויקה קמינקר

נושא: דרגות מודולו 2 של העתקות

תיאור: האם ישנה העתקה חלקה, אשר מעבירה את כל פנים כדור הארץ לשפה שלו, כלומר לפני השטח? התשתנה התשובה אם נדון במימדים אחרים?

אנו נכיר מושגים מטופולוגיה דיפרנציאלית. נדבר על הומוטופיה בין העתקות חלקות, על ערכים

רגוריים וקריטיים, ועל דרגה של העתקות (מודולו 2). אנו נראה שזו האחרונה נשמרת תחת
הומוטופיה של העתקות חלקות, ונשתמש בכך כדי לענות על השאלה שהוזכרה.
דרישות קדם: חדו"א במספר משתנים, אלגברה ליניארית. (גם מד"ר וגיאומטריה דיפרנציאלית יהיו
לעזר, אך אין הכרח)